Lycée Laymoune — [2021-2022]

2ème Bac.Compta

DS n° 1

< Semestre.1 >

(A)

---

2 **EX.1** 1°/ Calculer $g'(x)$; $g(x) = (x^2+1)^4$

2 2°/ Montrer que l'équation : $x^3 + x - 1 = 0$ admet au moins une solution dans $]0 ; 1[$

EX.2 Soit f la fonction définie par :

$$(\forall x \in I = [0 + \infty[), \quad f(x) = \frac{x+2}{x+4}$$

2 1°/ Calculer $f(0)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2 2°/ Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in I$

1 3°/ Déterminer $J = f(I)$

3 4°/ Montrer que f admet une fct réciproque f^{-1} définie sur J et donner l'expression : $f^{-1}(x)$

EX.3 on définie h par le tableau :

x	$-\infty$		-3		-1		0		4		$+\infty$
h	$+\infty$	↘	4	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2	↘	-2	↗	7

7 1°/ Déterminer :

$h(-3)$; $h(0)$

$h(4)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x)$; $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} h(x)$;

$h(]-1 ; 4])$; $h([-3 ; -1[)$;

1 2°/ Quelle est la valeur minimale de h sur D_h ?

Correction du DS n°1

A

EX.1 1°/ $g(x) = (x^2+1)^4$

$$g'(x) = 4\times(x^2+1)'\times(x^2+1)^{4-1} = 4\times 2x\times(x^2+1)^3$$

$$\boxed{g'(x) = 8x(x^2+1)^3}$$

2°/ posons : $f(x) = x^3 + x - 1$

f est continue sur IR (fonction polynôme) donc elle continue sur $[0;1]$.

$f(0) = -1$ et $f(1) = 1+1-1 = 1$ donc $f(0)\times f(1) < 0$

d'après T.V.I l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution dans $]0;1[$.

EX.2 $(\forall x \in I = [0;+\infty[)$ $f(x) = \dfrac{x+2}{x+4}$

1°/ $f(0) = \dfrac{0+2}{0+4} = \dfrac{2}{4} = \boxed{\dfrac{1}{2}}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{x} = \boxed{1}$

2°/ $(\forall x \in I)$; $f'(x) = \left(\dfrac{x+2}{x+4}\right)'$

$$= \frac{(x+2)'\times(x+4) - (x+2)(x+4)'}{(x+4)^2} = \frac{x+4-(x+2)}{(x+4)^2}$$

$$= \frac{x+4-x-2}{(x+4)^2} = \boxed{\frac{2}{(x+4)^2}}$$

3°/ $J = f(I) = f([0;+\infty[) = [f(0) ; \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)[$

$= [\frac{1}{2} ; 1[$ (car f est ↗)

4°/ f est une fonction ration rationnelle définie sur I donc f est continue sur I

d'après 2°/ on a : $(\forall x \in I)$; $f'(x) = \frac{2}{(x+4)^2} > 0$

donc f est strictement croissante sur I.

donc f admet une fct réciproque f^{-1} définie sur J.

Soient $x \in J$; $y \in I$ on a : $f^{-1}(x) = y \Leftrightarrow x = f(y)$

$\Leftrightarrow x = \frac{y+2}{y+4} \Leftrightarrow x(y+4) = y+2$

$\Leftrightarrow xy + 4x = y + 2 \Leftrightarrow xy - y = 2 - 4x$

$\Leftrightarrow y(x-1) = 2 - 4x \Leftrightarrow y = \frac{2-4x}{x-1}$

donc : $(\forall x \in J)\ f^{-1}(x) = \frac{2-4x}{x-1}$

EX. 3

1°/ $h(-3) = 4$; $h(0) = 2$; $h(4) = -2$

$\lim_{x \to +\infty} h(x) = 7$; $\lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} h(x) = 2$

$h(]-1;4]) = [-2;+\infty[$; $h([-3;-1[) = [4;+\infty[$

2°/ la valeur minimale de h sur D_h est $-2 = h(4)$

<u>Remarque</u> : $D_h = \mathbb{R} - \{-1\}$

— * fin * —

Lycée Laymoune [2021-2022]

2ème . Bac . Compta

DS n°1

< Semestre 1 > (B)

2 **EX. 1** 1°/ Calculer $g'(x)$; $g(x) = (x^2+3)^5$

2 2°/ Montrer que l'équation : $x^3 + 2x - 1 = 0$ admet au moin une solution dans $]0;1[$

EX. 2 Soit f la fonction définie par :

$$(\forall x \in [0;+\infty[) \quad f(x) = \frac{x+1}{x+3}$$

2 1°/ Calculer $f(0)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2 2°/ Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in I$.

1 3°/ Déterminer $J = f(I)$

3 4°/ Montrer que f admet une fct réciproque f^{-1} définie sur J et donner l'expression $f^{-1}(x)$.

EX. 3 on définie h par le tableau :

x	$-\infty$		-2		0		1		5		$+\infty$
h	$-\infty$	↗	4	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

7 1°/ Déterminer :

$h(-2)$; $h(1)$

$h(5)$; $\lim\limits_{x \to -\infty} h(x)$;

$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} h(x)$; $h([1;5])$; $h([-2;0[)$

1 2°/ Déterminer D_h.

2ème Bac Comptabilité ⟨Semestre. 1⟩ [2021/2022]

Correction du D.S n°1

(B)

EX.1

1°/ $g(x) = (x^2+3)^5$

$g'(x) = 5\times(x^2+3)'(x^2+3)^{5-1} = 5\times 2x\times(x^2+3)^4$

$$\boxed{g'(x) = 10x(x^2+3)^4}$$

2°/ posons : $f(x) = x^3+2x-1$

f continue sur $\mathbb{R}$ (fonction polynôme) donc :

f est continue sur $[0;1]$.

$f(0) = -1 < 0$ et $f(1) = 1+2-1 = 2 > 0$ donc :

$f(0)\times f(1) < 0$. Donc d'après T.V.I

l'équation $f(x)=0$ admet au moins une solution

dans $]0;1[$.

EX.2

$(\forall x \in I = [0;+\infty[)$ $f(x) = \dfrac{x+1}{x+3}$

1°/ $f(0) = \dfrac{0+1}{0+3} = \boxed{\dfrac{1}{3}}$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{x} = \boxed{1}$

2°/ $f'(x) = \left(\dfrac{x+1}{x+3}\right)' = \dfrac{(x+1)'(x+3)-(x+1)(x+3)'}{(x+3)^2}$

$= \dfrac{(x+3)-(x+1)}{(x+3)^2} = \dfrac{x+3-x-1}{(x+3)^2} = \boxed{\dfrac{2}{(x+3)^2}}$

3°/ $J = f(I) = f([0;+\infty[) = [f(0); \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)[$

$= [\frac{1}{3}; 1[$ (car f est ↗)

4°/ f est une fonction rationnelle définie sur I

donc elle est continue sur I.

et d'après 2°/ $(\forall x \in I)$ $f'(x) = \frac{2}{(x+3)^2} > 0$ donc f est strictement croissante sur I donc f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur $J = f(I)$.

Soient $x \in J$ et $y \in I$; $f^{-1}(x) = y \Leftrightarrow x = f(y)$

$\Leftrightarrow x = \frac{y+1}{y+3} \Leftrightarrow x(y+3) = y+1$

$\Leftrightarrow xy + 3x = y + 1 \Leftrightarrow xy - y = 1 - 3x$

$\Leftrightarrow y(x-1) = 1 - 3x \Leftrightarrow y = \frac{1-3x}{x-1}$

donc : $(\forall x \in J)$ $f^{-1}(x) = \frac{1-3x}{x-1}$

EX.3

1°/ $h(-2) = 4$; $h(1) = 2$; $h(5) = -1$

$\lim_{x \to -\infty} h(x) = -\infty$; $\lim_{x \to 0^<} h(x) = -\infty$;

$h([1,5]) = [-1;2]$; $h([-2;0[) =]-\infty;4]$

2°/ $D_h = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$.

— * fin * —